

TEMA 2 – FRACCIONES**EJERCICIOS DE REPASO**

1. Simplifica las siguientes fracciones:
 - a) $28/36$
 - b) $84/126$
 - c) $54/96$
 - d) $510/850$
 - e) $980/140$
 - f) $240/360$
 - g) $180/120$

2. Escribir cinco fracciones equivalentes a:
 - a) $7/11$
 - b) $12/5$
 - c) $-3/7$

3. De las siguientes fracciones, escribir las que son equivalente a $3/7$:
 $6/21, 6/14, 9/21, 15/28, 12/28, 15/35, 27/63$

4. Escribir una fracción equivalente a:
 - a) $-5/3$ que tenga por denominador 30.
 - b) $1/3$ cuyo denominador esté comprendido entre 6 y 18.

5. Ordenar de menor a mayor las siguientes fracciones y representarlas en la recta numérica:
 - a) $1/2, 3/4, -2/3, 1/5, -2/5, -8/7$.
 - b) $4/7, -3/2, -15/12, 7/4, 5/6$ y $-2/3$,
 - c) $7/5, 2/5, 3/5, -8/5$

6. Calcular entre que dos números enteros consecutivos se encuentran comprendidas las siguientes fracciones: $-4/5, 38/7, -43/8, 1/6$

7. Ordenar las siguientes fracciones y hallar dos fracciones comprendidas entre las dos siguientes:
 - a) $2/7$ y $5/7$
 - b) $3/5$ y $4/7$
 - c) $2/9$ y $3/8$

8. Simplificar las siguientes expresiones dando el resultado como una sola potencia:

$$a) \left[\left(\frac{5}{2} \right) \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^{-2} \right]^6 : \left(\frac{5}{2} \right)^5$$

$$b) \left[\left(-\frac{2}{3} \right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^3 \right]^4 : \left[\left(-\frac{2}{3} \right)^6 \right]^3$$

9. Simplificar las siguientes expresiones:

$$a) \frac{2^3 \cdot 5^2 \cdot 2^4 \cdot 5}{5^3 \cdot 2^2}$$

$$b) \frac{(7^2 \cdot 3^4)^2 \cdot 7 \cdot 3}{3^{12} \cdot 7^5}$$

10. Recordando a que es igual una potencia de exponente negativo ($a^{-n} = \frac{1}{a^n}$), calcular:

$$a) \left(\frac{2}{3} \right)^{-2}$$

$$b) \left(\frac{5}{2} \right)^{-1}$$

$$c) \left(-\frac{3}{5} \right)^{-3}$$

$$d) \left(-\frac{7}{2} \right)^{-4}$$

11. Indicar a que conjuntos numéricos (Naturales, Enteros, Racionales), pertenecen los siguientes números: $-3, 5/3, 4, 0, 8/2, -2/3, 12/6$

12. Escribir un número que cumpla los siguiente:

- Que sea un número entero y no sea un número natural.
- Que sea un número racional y no sea un número entero.

13. 14.- Realizarlas siguientes operaciones, simplificando los resultados cuando se pueda:

$$a) \frac{4}{7} \cdot (-2) - 1 - \frac{1}{4} \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right)$$

$$b) \left(\frac{1}{9} - \frac{7}{6}\right) \cdot \left(\frac{6}{5} - \frac{3}{10}\right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)$$

$$c) 3 : \left[3 - \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{7}{2} + 1\right) - \frac{1}{2} : 3\right]$$

$$d) 3 - 4 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\right]$$

$$e) \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3} : \frac{5}{4} + \frac{1}{10}\right) : \left(-1 - \frac{4}{3} \cdot (-2)\right)$$

$$f) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) + 4 \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right)$$

$$g) \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{15}\right) + 2 : \frac{4}{3} - \frac{1}{2}$$

$$h) 2 \cdot \frac{2}{3} - \frac{4}{5} : (-2) - \frac{1}{12} - \frac{3}{2} : \frac{5}{2}$$

$$i) \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{2} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4}\right) : \left(-4 + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)$$

$$j) \left[\left(-\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right] : \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{2}{9}\right)$$

PROBLEMAS

1. Carlos tiene una caja con 24 bolígrafos que reparte entre sus primos de la forma siguiente:
 - a) Rosa recibe la tercera parte.
 - b) Sergio, la cuarta parte.
 - c) Dani, la mitad de la tercera parte.
 - d) Rocío, la cuarta parte de la mitad.
 - e) ¿Cuántos bolígrafos recibe cada uno? ¿Sobra alguno? Escribe los que sobran mediante una fracción.

2. Un cine tiene un aforo para 500 espectadores. Se han llenado los $\frac{7}{10}$ del aforo.
 - a) ¿Cuántos espectadores han entrado?
 - b) ¿Qué fracción de aforo falta por llenar?
 - c) ¿Cuántos espectadores tendrían que entrar para llenar el aforo?

3. Sergio se comió $\frac{2}{5}$ de una caja de 30 bombones.
 - a) ¿Cuántos bombones se comió?
 - b) ¿Qué fracción de bombones sobró?

4. María gasta en libros $\frac{3}{5}$ partes de 500 euros que tiene ahorrados.
 - a) ¿Qué parte le queda sin gastar?
 - b) ¿Cuánto dinero ha gastado?
 - c) Si le deja a su hermana $\frac{1}{4}$ de lo que le queda, ¿qué cantidad de dinero tiene ahora María?

5. En un instituto hay 120 alumnos en segundo de la ESO, de los que dos tercios practican algún deporte. De aquellos que practican algún deporte, dos quintos juegan al fútbol, un quinto al tenis y el resto a varios deportes.
 - a) ¿Cuántos alumnos practican algún deporte?
 - b) ¿Cuántos juegan al fútbol?
 - c) ¿Cuántos al tenis?
 - d) ¿Cuántos a varios deportes?

-
6. Los $\frac{2}{5}$ de los alumnos del colegio practican baloncesto, $\frac{1}{4}$ tenis y el resto fútbol. ¿qué fracción de alumnos practican fútbol? Si el número total de alumnos del colegio es 660, calcular cuántos alumnos practican cada deporte.
 7. Una caja de galletas contiene 40 galletas. Alberto se come una quinta parte de la caja y su hermana Rocío $\frac{3}{8}$. ¿qué fracción de la caja comen entre los dos? ¿Cuántas galletas quedan en la caja?
 8. Los estudiantes de 2º de ESO de un colegio han elegido como segundo idioma: $\frac{9}{12}$ francés, $\frac{2}{15}$ alemán y $\frac{1}{20}$ italiano.
 - a) ¿Cuál de los tres idiomas es el más elegido?
 - b) ¿Qué fracción de la clase no cursa segundo idioma?
 9. Un padre deja los $\frac{3}{5}$ de su herencia a su hija y $\frac{1}{3}$ para su hijo. Además, deja 40.000 € a una asociación benéfica. ¿A cuánto asciende el total de la herencia?
 10. Juan ha gastado $\frac{5}{12}$ del dinero que llevaba. Vuelve a casa con 28 euros.
 - a) ¿Cuánto ha gastado?
 - b) ¿Cuánto dinero tenía al salir de casa?
 11. Un vendedor tiene un puesto de golosinas. Por la mañana vende la mitad de los caramelos que tiene en una cesta. Por la tarde vende la mitad de los que quedaron por la mañana y ve que le quedan aún 50 caramelos sin vender. ¿Cuántos caramelos tenía la cesta?
 12. Una persona realiza $\frac{3}{5}$ partes de un viaje en ferrocarril; los $\frac{7}{8}$ del resto en coche y los 26 kilómetros restantes en motos. Calcular cuántos kilómetros recorre.
 13. Una botella de limonada tiene tres cuartos de litro. Si un grupo de amigos ha comprado 20 botellas para celebrar un cumpleaños, ¿cuántos litros ha comprado?
 14. Un bidón de agua de 60 litros se vacía en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántas botellas se necesitan?
 15. Mario toma $\frac{1}{4}$ de litro de leche en el desayuno, $\frac{1}{5}$ de litro en la comida, $\frac{2}{10}$ para merendar y $\frac{3}{8}$ en la cena. ¿cuánta leche toma cada día?

TEMA 2 - FRACCIONES

1. Simplifica las siguientes fracciones:

Hay que calcular las fracciones irreducibles de cada fracción.

Tenemos que encontrar un número que sea divisor de numerador y denominador. Obtener una fracción irreducible.

Si tenemos números grandes, calculamos el mcd.

a) $28/36$

Dividimos por 4 ambos términos.

$$\frac{28}{36} = \frac{7}{9}$$

b) $84/126$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{mcd}(84, 126) = 2 \cdot 3 = 6$$

Dividimos ambos por 6

$$\frac{84}{126} = \frac{14}{21}$$

c) 54/96

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$54 = 2 \cdot 3^3$$

$$96 = 2^5 \cdot 3$$

$$\text{mcd}(54, 96) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\frac{54}{96} = \frac{9}{16}$$

d) 510/850

$$\begin{array}{r|l} 510 & 2 \\ 260 & 2 \\ 130 & 2 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 850 & 2 \\ 425 & 5 \\ 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$$510 = 2^3 \cdot 5 \cdot 13$$

$$850 = 2 \cdot 5^2 \cdot 17$$

$$\text{mcd}(510, 850) =$$

$$= 2 \cdot 5 = 10$$

$$\frac{510}{850} = \frac{51}{85}$$

e) 980/140

$$\begin{array}{r|l} 980 & 2 \\ 490 & 2 \\ 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$980 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7^2$$

$$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{mcd}(140, 980) =$$

$$= 2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 4 \cdot 5 \cdot 7 =$$

$$= 20 \cdot 7 = 140$$

$$\frac{980}{140} = 7$$

f) 240/360

$$\begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{mcd}(240, 360) =$$

$$= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$\frac{240}{360} = \frac{4}{9} /$$

g) 180/120

Si es fácil hacer la reducción, NO hace falta calcular el mcd

$$\frac{180}{120} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} /$$

(÷6) ↗

2. Escribir cinco fracciones equivalentes a:

a) 7/11

Multiplicamos numerador y denominador por el mismo número, por ejemplo:

$$\frac{7}{11} \left\{ \begin{array}{l} \times 2 = \frac{14}{22} \\ \times 3 = \frac{21}{33} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \times 4 = \frac{28}{44} \\ \times 5 = \frac{35}{55} \end{array} \quad \times 10 = \frac{70}{110}$$

b) $\frac{12}{5}$

$$\frac{12}{5} \left\{ \begin{array}{l} \times 2 = \frac{24}{10} \quad \times 4 = \frac{48}{20} \\ \times 3 = \frac{36}{15} \quad \times 5 = \frac{60}{25} \\ \times 10 = \frac{120}{50} \end{array} \right.$$

c) $-\frac{3}{7}$

$$-\frac{3}{7} \left\{ \begin{array}{l} \times 2 = -\frac{6}{14} \quad \times 4 = -\frac{12}{28} \\ \times 3 = -\frac{9}{21} \quad \times 5 = -\frac{15}{35} \\ \times 10 = -\frac{30}{70} \end{array} \right.$$

3. De las siguientes fracciones, escribir las que son equivalente a $\frac{3}{7}$:

6/21, 6/14, 9/21, 15/28, 12/28, 15/35, 27/63

Comprobamos si cada una de las fracciones es el resultado de multiplicar numerador y denominador por el mismo número

$$\frac{6}{14} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} \rightarrow \text{OK} \quad / \quad \frac{9}{21} = \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} \rightarrow \text{OK}$$

$$\frac{15}{35} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} \rightarrow \text{OK} \quad / \quad \frac{27}{63} = \frac{3 \cdot 9}{7 \cdot 9} \rightarrow \text{OK}$$

4. Escribir una fracción equivalente a:

a) $-5/3$ que tenga por denominador 30.

$\frac{30}{3} = 10 \rightarrow$ Se ha multiplicado por 10 para obtener el denominador 30. Si multiplicamos el numerador por 10 obtenemos la fracción equivalente:

$$-\frac{5}{3} \cdot \frac{10}{10} = -\frac{50}{30}$$

b) $1/3$ cuyo denominador esté comprendido entre 6 y 18.

Hay que buscar un múltiplo de 3 que esté comprendido entre 6 y 18.

Serían válidos 9, 12 o 15, por lo tanto:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{9} \quad / \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{4}{12} \quad / \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{5} = \frac{5}{15}$$

5. Simplificar las siguientes expresiones dando el resultado como una sola potencia:

$$\begin{aligned}
 a) \left[\left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} \right]^6 : \left(\frac{5}{2}\right)^5 &= \left[\left(\frac{5}{2}\right)^{1+3-2} \right]^6 : \left(\frac{5}{2}\right)^5 = \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2 \right]^6 : \left(\frac{5}{2}\right)^5 = \\
 &= \left(\frac{5}{2}\right)^{2 \cdot 6} : \left(\frac{5}{2}\right)^5 = \left(\frac{5}{2}\right)^{12} : \left(\frac{5}{2}\right)^5 = \left(\frac{5}{2}\right)^{17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \right]^4 : \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^6 \right]^3 &= \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{2+3} \right]^4 : \left(-\frac{2}{3}\right)^{6 \cdot 3} = \\
 &= \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \right]^4 : \left(-\frac{2}{3}\right)^{18} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{20} : \left(-\frac{2}{3}\right)^{18} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{20-18} = \\
 &= \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{(-2)^2}{3^2} = \frac{4}{9}
 \end{aligned}$$

6. Simplificar las siguientes expresiones:

$$a) \frac{2^3 \cdot 5^2 \cdot 2^4 \cdot 5}{5^3 \cdot 2^2} = \frac{2^3 \cdot 2^4 \cdot 5^2 \cdot 5}{5^3 \cdot 2^2} = \frac{2^{3+4} \cdot 5^{2+1}}{2^2 \cdot 5^3} = \frac{2^7 \cdot 5^3}{2^2 \cdot 5^3} = \frac{2^7}{2^2} = 2^{7-2} = 2^5$$

$$b) \frac{(7^2 \cdot 3^4)^2 \cdot 7 \cdot 3}{3^{12} \cdot 7^5} = \frac{7^{2 \cdot 2} \cdot 3^{4 \cdot 2} \cdot 7 \cdot 3}{3^{12} \cdot 7^5} = \frac{3^8 \cdot 3 \cdot 7^4 \cdot 7}{3^{12} \cdot 7^5} = \frac{3^{8+1} \cdot 7^{4+1}}{3^{12} \cdot 7^5} = \frac{3^9 \cdot \cancel{7^5}}{3^{12} \cdot \cancel{7^5}} = \frac{3^9}{3^{12}} = 3^{9-12} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$$

7. Realizarlas siguientes operaciones, simplificando los resultados cuando se pueda:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{4}{7} \cdot (-2) - 1 - \frac{1}{4} \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right) &= -\frac{8}{7} - 1 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3 \cdot 2 - 1}{3}\right) = -\frac{8}{7} - 1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{3} = \\ &= -\frac{8}{7} - 1 - \frac{5}{12} = \frac{-12 \cdot 8 - 84 \cdot 1 - 7 \cdot 5}{84} = \frac{-96 - 84 - 35}{84} = -\frac{215}{84} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left(\frac{1}{9} - \frac{7}{6}\right) \cdot \left(\frac{6}{5} - \frac{3}{10}\right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) &= \left(\frac{2 \cdot 1 - 3 \cdot 7}{18}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot 6 - 1 \cdot 3}{10}\right) : \left(\frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{4}\right) = \\ &= \left(\frac{2 - 21}{18}\right) \cdot \left(\frac{12 - 3}{10}\right) : \left(\frac{2 + 3}{4}\right) = \\ &= \left(-\frac{19}{18}\right) \cdot \left(\frac{9}{10}\right) : \left(\frac{5}{4}\right) = \left(-\frac{19}{20}\right) : \left(\frac{5}{4}\right) = \\ &= -\frac{76}{100} = -\frac{19}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3 : \left[3 - \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{7}{2} + 1\right) - \frac{1}{2} : 3\right] &= 3 : \left[3 - \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{7+2}{2}\right) - \frac{1}{6}\right] = \\ &= 3 : \left[3 - \frac{5}{3} \cdot \frac{9}{2} - \frac{1}{6}\right] = 3 : \left(3 - \frac{15}{2} - \frac{1}{6}\right) = \\ &= 3 : \left(\frac{6 \cdot 3 - 3 \cdot 15 - 1}{6}\right) = 3 : \frac{18 - 45 - 1}{6} = 3 : \frac{-28}{6} = \\ &= 3 : \frac{-14}{3} = -\frac{9}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 3 - 4 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\right] &= 3 - 4 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3-2}{6}\right) + 2 \cdot \left(\frac{3-1}{3}\right)\right] = \\ &= 3 - 4 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{2}{3}\right] = 3 - 4 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{30} + \frac{4}{3}\right) = \\ &= 3 - 4 \cdot \left(\frac{10 - 1 + 40}{30}\right) = 3 - 4 \cdot \frac{49}{30} = 3 - \frac{196}{30} = \\ &= 3 - \frac{93}{15} = \frac{45 - 93}{15} = \frac{-48}{15} = \frac{-16}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e) \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} + \frac{1}{10} \right) : \left(-1 - \frac{4}{3} \cdot (-2) \right) &= \left(\frac{3}{5} - \frac{8}{15} + \frac{1}{10} \right) : \left(-1 - \frac{(-8)}{3} \right) = \\ &= \left(\frac{6 \cdot 3 - 2 \cdot 8 + 3 \cdot 1}{30} \right) : \left(-1 + \frac{8}{3} \right) = \left(\frac{18 - 16 + 3}{30} \right) : \left(\frac{-3 + 8}{3} \right) = \\ &= \frac{5}{30} : \frac{5}{3} = \frac{\cancel{5} \cdot 3}{30 \cdot \cancel{5}} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5} \right) + 4 \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2} \right) &= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5 \cdot 3 + 4 \cdot 1}{20} \right) + 4 \cdot \left(\frac{2 \cdot 5 - 3 \cdot 3}{6} \right) = \\
 &= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{15 + 4}{20} \right) + 4 \cdot \left(\frac{10 - 9}{6} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{19}{20} + 4 \cdot \frac{1}{6} = \\
 &= \frac{19}{30} + \frac{4}{6} = \frac{19}{30} + \frac{2}{3} = \frac{19 + 20}{30} = \frac{39}{30} = \frac{13}{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g) \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{15} \right) + 2 \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3 \cdot 2 - 1 \cdot 3}{15} \right) + \frac{6}{4} - \frac{1}{2} = \\
 &= \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{6 - 3}{15} \right) + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{15} + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \\
 &= \frac{3}{20} + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{20} + \frac{3-1}{2} = \frac{3}{20} + \frac{2}{2} = \frac{3}{20} + 1 = \\
 &= \frac{3 + 20}{20} = \frac{23}{20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h) 2 \cdot \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \cdot (-2) - \frac{1}{12} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} &= \frac{4}{3} - \left(-\frac{4}{5} \right) - \frac{1}{12} - \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{1}{12} - \frac{3}{5} = \frac{4}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{12} - \frac{3}{5} = \\
 &= \frac{4}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{12} \stackrel{\uparrow}{=} \frac{20 \cdot 4 - 12 \cdot 1 - 5 \cdot 1}{60} = \frac{80 - 12 - 5}{60} = \frac{63}{60} \\
 \text{mcm}(3, 5, 12) &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i) \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{2} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \right) \cdot \left(-4 + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) &= \left(-\frac{4}{2} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \right) \cdot \left(\frac{6 \cdot (-4) + 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1}{6} \right) = \\
 &= \left(-2 - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \right) \cdot \left(\frac{-24 + 4 - 1}{6} \right) = \left(\frac{-12 \cdot 2 - 2 \cdot 5 + 3 \cdot 1}{12} \right) \cdot \left(\frac{-24 + 4 - 1}{6} \right) = \\
 &= \left(\frac{-24 - 10 + 3}{12} \right) \cdot \frac{21}{6} = -\frac{31}{12} \cdot \frac{21}{6} = \frac{-31 \cdot 6}{12 \cdot 21} = \frac{-31}{42}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}j) & \left[\left(-\frac{2}{5} \right) - \left(-\frac{2}{3} \right) \cdot \left(-\frac{1}{4} \right) \right] : \left(-\frac{5}{6} \right) + \left(-\frac{2}{9} \right) = \left[\left(-\frac{2}{5} \right) - \left(\frac{(-2) \cdot (-1)}{3 \cdot 4} \right) \right] : \left(-\frac{5}{6} \right) + \left(-\frac{2}{9} \right) = \\ & = \left[\left(-\frac{2}{5} \right) - \frac{2}{12} \right] : \left(-\frac{5}{6} \right) + \left(-\frac{2}{9} \right) = \left(\frac{-12 \cdot 2 - 5 \cdot 2}{60} \right) : \left(-\frac{5}{6} \right) + \left(-\frac{2}{9} \right) = \\ & = \left(\frac{-24 - 10}{60} \right) : \left(-\frac{5}{6} \right) + \left(-\frac{2}{9} \right) = \left(-\frac{34}{60} \right) : \left(-\frac{5}{6} \right) + \left(-\frac{2}{9} \right) = \\ & = \frac{34 \cdot 6}{60 \cdot 5} + \left(-\frac{2}{9} \right) = \frac{34}{50} - \frac{2}{9} = \frac{17}{25} - \frac{2}{9} = \frac{9 \cdot 17 - 25 \cdot 2}{225} = \\ & = \frac{153 - 50}{225} = \frac{103}{225}\end{aligned}$$

PROBLEMAS

1. Carlos tiene una caja con 24 bolígrafos que reparte entre sus primos de la forma siguiente:
- Rosa recibe la tercera parte.
 - Sergio, la cuarta parte.
 - Dani, la mitad de la tercera parte.
 - Rocío, la cuarta parte de la mitad.
 - ¿Cuántos bolígrafos recibe cada uno? ¿Sobra alguno? Escribe los que sobran mediante una fracción.

$$\text{ROSA} \rightarrow \frac{1}{3} \cdot 24 = \frac{24}{3} = 8 \text{ bolígrafos}$$

$$\text{SERGIO} \rightarrow \frac{1}{4} \cdot 24 = \frac{24}{4} = 6 \text{ bolígrafos}$$

$$\text{DANI} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \cdot 24 = \frac{24}{6} = 4 \text{ bolígrafos}$$

$$\text{ROCÍO} \rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \cdot 24 = \frac{24}{8} = 3 \text{ bolígrafos}$$

$$\text{TOTAL REPARTIDOS} = 8 + 6 + 4 + 3 = 21 \text{ bolígrafos}$$

Sobran 3 bolígrafos

Expresión en fracción

En total se reparten:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{8+6+4+3}{24} = \frac{21}{24}$$

Quedan por repartir

$$1 - \frac{21}{24} = \frac{24-21}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} \text{ BOLÍGRAFOS QUEDAN POR REPARTIR}$$

2. Un cine tiene un aforo para 500 espectadores. Se han llenado los $\frac{7}{10}$ del aforo.

- ¿Cuántos espectadores han entrado?
- ¿Qué fracción de aforo falta por llenar?
- ¿Cuántos espectadores tendrían que entrar para llenar el aforo?

AFORO = 500 ESPECTADORES

$$a) \text{ HAN ENTRADO } \frac{7}{10} \cdot \text{AFORO} = \frac{7}{10} \cdot 500 = \frac{3500}{10} = 350$$

HAN ENTRADO 350 ESPECTADORES

$$b) \text{ FALTA POR LLENAR: } 1 - \frac{7}{10} = \frac{10-7}{10} = \frac{3}{10}$$

c) TIENEN QUE ENTRAR LOS $\frac{3}{10}$ DEL APARTADO b)

$$\frac{3}{10} \cdot 500 = \frac{1500}{10} = \underline{150 \text{ ESPECTADORES}}$$

TAMBIÉN PODEMOS CALCULAR LA DIFERENCIA:

AFORO = ESPECTADORES DENTRO + ESPECT. FUERA

$$500 = 350 - x \rightarrow x = 500 - 350$$

$$x = \underline{150 \text{ ESPECTADORES}}$$

3. Sergio se comió $\frac{2}{5}$ de una caja de 30 bombones.

- a) ¿Cuántos bombones se comió?
b) ¿Qué fracción de bombones sobró?

$$a) \quad \frac{2}{5} \cdot 30 = \frac{2 \cdot 30}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

SE COMIÓ 12 BOMBONES

$$b) \quad \left(1 - \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{5-2}{5}\right) = \frac{3}{5}$$

SOBRARON $\frac{3}{5}$ DE LOS BOMBONES

4. María gasta en libros $\frac{3}{5}$ partes de 500 euros que tiene ahorrados.

- a) ¿Qué parte le queda sin gastar?
b) ¿Cuánto dinero ha gastado?
c) Si le deja a su hermana $\frac{1}{4}$ de lo que le queda, ¿qué cantidad de dinero tiene ahora María?

$$a) \quad \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{5-3}{5} = \frac{2}{5} \text{ DEL TOTAL QUEDA SIN GASTAR}$$

$$b) \text{ HA GASTADO } \frac{3}{5} \cdot 500 = \frac{3 \cdot 500}{5} = \frac{1500}{5} = 300 \text{ €}$$

$$c) \text{ LE DEJA A SU HERMANA: } \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} \text{ DEL TOTAL LE DEJA A SU HERMANA } \rightarrow \frac{1}{10} \cdot 500 = 50 \text{ €}$$

$$\text{A MARÍA LE QUEDAN: } 500 - 300 - 50 = \underline{150 \text{ €}}$$

5. En un instituto hay 120 alumnos en segundo de la ESO, de los que dos tercios practican algún deporte. De aquellos que practican algún deporte, dos quintos juegan al fútbol, un quinto al tenis y el resto a varios deportes.

a) ¿Cuántos alumnos practican algún deporte?

b) ¿Cuántos juegan al fútbol?

c) ¿Cuántos al tenis?

d) ¿Cuántos a varios deportes?

$$\begin{aligned} \text{a) PRACTICAN DEPORTE : } & \frac{2}{3} \cdot 120 = \frac{2 \cdot 120}{3} = \\ & = \frac{240}{3} = \underline{80 \text{ ALUMNOS}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) FÚTBOL} &= \frac{2}{5} \text{ DE LOS QUE HACEN DEPORTE} = \frac{2}{5} \cdot 80 = \\ &= \frac{160}{5} = \underline{32 \text{ ALUMNOS}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) TENIS} &= \frac{1}{5} \text{ DE LOS ALUMNOS QUE HACEN DEPORTE} = \\ &= \frac{1}{5} \cdot 80 = \frac{80}{5} = \underline{16 \text{ ALUMNOS}} \end{aligned}$$

d) RESTO DE ALUMNOS EN FORMA DE FRACCIÓN

$$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5} \right) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ DE LOS ALUMNOS QUE PRACTICAN DEPORTE}$$

$$\frac{2}{5} \cdot 80 = \frac{160}{5} = 32 \text{ ALUMNOS PRACTICAN OTROS DEPORTES}$$

COMPROBAMOS: CALCULAMOS LA SUMA TOTAL DE ALUMNOS QUE PRACTICAN DEPORTE:

$$32 \text{ FÚTBOL} + 16 \text{ TENIS} + 32 \text{ OTROS} = \\ = 80 \text{ ALUMNOS} \rightarrow \text{OK}$$

6. Los $\frac{2}{5}$ de los alumnos del colegio practican baloncesto, $\frac{1}{4}$ tenis y el resto fútbol. ¿qué fracción de alumnos practican fútbol? Si el número total de alumnos del colegio es 660, calcular cuántos alumnos practican cada deporte.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{5} \text{ BALONCESTO} \\ \frac{1}{4} \text{ TENIS} \\ \text{RESTO} \rightarrow \text{FÚTBOL} \end{array} \right\} \text{ FÚTBOL} = 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4} \right) = 1 - \left(\frac{8+5}{20} \right) = \\ = 1 - \frac{13}{20} = \frac{20-13}{20} = \frac{7}{20}$$

PRACTICAN FÚTBOL $\frac{7}{20}$ DE LOS ALUMNOS

$$\text{ALUMNOS EN TOTAL} = 660 \\ \text{BALONCESTO} = \frac{2}{5} \cdot 660 = \frac{1320}{5} = 264 \text{ ALUMNOS}$$

$$\text{TENIS} = \frac{1}{4} \cdot 660 = \frac{660}{4} = 165 \text{ ALUMNOS}$$

$$\text{FÚTBOL} = \frac{7}{20} \cdot 660 = \frac{4620}{20} = \frac{462}{2} = 231 \text{ ALUMNOS}$$

$$\text{COMPROBAMOS: } 264 + 165 + 231 = 660 \text{ ALUMNOS} \rightarrow \text{OK}$$

7. Una caja de galletas contiene 40 galletas. Alberto se come una quinta parte de la caja y su hermana Rocío $\frac{3}{8}$. ¿qué fracción de la caja comen entre los dos? ¿Cuántas galletas quedan en la caja?

$$\begin{array}{l} \text{ALBERTO} = \frac{1}{5} \\ \text{ROCÍO} = \frac{3}{8} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ENTRE LOS DOS} = \frac{1}{5} + \frac{3}{8} = \frac{8+15}{40} = \frac{23}{40} / \end{array} \right.$$

$$\text{EN LA CAJA QUEDA} = 1 - \frac{23}{40} = \frac{40-23}{40} = \frac{17}{40} \text{ PARTES}$$

$$\rightarrow \frac{17}{40} \cdot 40 = 17 \text{ GALLETAS QUEDAN}$$

8. Los estudiantes de 2º de ESO de un colegio han elegido como segundo idioma: $\frac{9}{12}$ francés, $\frac{2}{15}$ alemán y $\frac{1}{20}$ italiano.

a) ¿Cuál de los tres idiomas es el más elegido?

b) ¿Qué fracción de la clase no cursa segundo idioma?

$\frac{9}{12}$ FRANCÉS a) COMPARAMOS FRACCIONES \rightarrow MCM en divisor

$\frac{2}{15}$ ALEMÁN

$\frac{1}{20}$ ITALIANO

$$\text{MCM}(12, 15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

12 2	15 3	20 2
6 2	5 5	10 2
3 3	1	5 5
1		1
$2^2 \cdot 3$	$3 \cdot 5$	$2^2 \cdot 5$

$$\frac{9}{12} = \frac{45}{60} > \frac{2}{15} = \frac{8}{60} > \frac{1}{20} = \frac{3}{60}$$

FRANCÉS > ALEMÁN > ITALIANO

b) NO CURSA 2º IDIOMA = $1 - \left(\frac{45}{60} + \frac{8}{60} + \frac{3}{60} \right) =$

$$= 1 - \frac{56}{60} = 1 - \frac{28}{30} = 1 - \frac{14}{15} = \frac{1}{15} \text{ DE LOS ALUMNOS}$$

9. Un padre deja los $\frac{3}{5}$ de su herencia a su hija y $\frac{1}{3}$ para su hijo. Además, deja 40.000 euros a una asociación benéfica. ¿A cuánto asciende el total de la herencia?

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{5} \text{ HIJA} \\ \frac{1}{3} \text{ HIJO} \\ 40.000 \text{ €} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9+5}{15} = \frac{14}{15} \text{ DEJA A SUS HIJOS} \\ \text{EL RESTO, HASTA EL TOTAL, EQUIVALE A:} \\ 1 - \frac{14}{15} = \frac{15-14}{15} = \frac{1}{15} \text{ PARTE DE LA HERENCIA} \\ \text{Y SON LOS } 40.000 \text{ €}. \end{array}$$

ES DECIR $\frac{1}{15}$ PARTE DE LA HERENCIA SON 40.000 €.

$$\frac{1}{15} \cdot \text{HERENCIA} = 40.000 \text{ €}$$

POR LO TANTO LA HERENCIA ES:

$$15 \cdot 40.000 = \underline{\underline{600.000 \text{ €}}}$$

10. Juan ha gastado $\frac{5}{12}$ del dinero que llevaba. Vuelve a casa con 28 euros.

- a) ¿Cuánto ha gastado?
b) ¿Cuánto dinero tenía al salir de casa?

Ha gastado $\frac{5}{12}$ del dinero inicial.

$$\text{le queda: } 1 - \frac{5}{12} = \frac{12-5}{12} = \frac{7}{12} = 28 \text{ €}$$

Ullamamos x a la cantidad de dinero que tenía inicialmente, por lo que el dinero que le queda se puede expresar como:

$$\frac{7}{12} \cdot x = 28$$

Depejamos la x de la ecuación anterior:

$$x = 28 : \frac{7}{12} = \frac{28 \cdot 12}{7} = \frac{336}{7}$$

$$x = 48€$$

Por lo tanto, inicialmente tenía 48 € y ha gastado: $48 - 28 = \underline{20€}$

11. Un vendedor tiene un puesto de golosinas. Por la mañana vende la mitad de los caramelos que tiene en una cesta. Por la tarde vende la mitad de los que quedaron por la mañana y ve que le quedan aún 50 caramelos sin vender. ¿Cuántos caramelos tenía la cesta?

- Por la mañana $\rightarrow \frac{1}{2}$, quedan: $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ del total
- Por la tarde $\rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ del total y le quedan

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ del total} = 50 \text{ caramelos}$$

Si llamamos x a la cantidad inicial:

$$\frac{1}{4} \cdot x = 50 \rightarrow x = 50 : \frac{1}{4} = \frac{50 \cdot 4}{1} = 200$$

$x = 200$ caramelos, que son los caramelos que tenía inicialmente.

12. Una persona realiza $\frac{3}{5}$ partes de un viaje en ferrocarril; los $\frac{7}{8}$ del resto en coche y los 26 kilómetros restantes en motos. Calcular cuántos kilómetros recorre.

① Ferrocarril $\rightarrow \frac{3}{5}$

② Coche $\rightarrow \frac{7}{8}$ del resto. El resto será el total inicial menos lo que ha recorrido en ferrocarril.

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$$

Por lo tanto en coche recorre: $\frac{7}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{14}{40} = \frac{7}{20}$

③ Moto: 26 km finales, que equivalen a calcular el total menos lo que ha recorrido en ferrocarril y coche:

$$1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{20} \right) = 1 - \left(\frac{12+7}{20} \right) = 1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$$

Si $\frac{1}{20}$ del total son 26 km, el total inicial son $20 \cdot 26 = \underline{520 \text{ km}}$

13. Una botella de limonada tiene tres cuartos de litro. Si un grupo de amigos ha comprado 20 botellas para celebrar un cumpleaños, ¿cuántos litros ha comprado?

1 Botella = $\frac{3}{4}$ Litro

Compran en total = $20 \cdot \frac{3}{4} = \frac{60}{4} = \underline{15 \text{ litros}}$

14. Un bidón de agua de 60 litros se vacía en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántas botellas se necesitan?

Tenemos que dividir la cantidad total del bidón entre la capacidad de cada botella:

$$60 : \frac{3}{4} = \frac{60 \cdot 4}{3} = \frac{240}{3} = 80 \text{ botellas de } \frac{3}{4} \text{ L.}$$

15. Mario toma $\frac{1}{4}$ de litro de leche en el desayuno, $\frac{1}{5}$ de litro en la comida, $\frac{2}{10}$ para merendar y $\frac{3}{8}$ en la cena. ¿cuánta leche toma cada día?

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{10} + \frac{3}{8} &= \frac{10 + 8 + 8 + 15}{40} = \frac{41}{40} = \\ &= \underline{1'025 \text{ litros}} \end{aligned}$$